

総合演習 NO.6

次のそれぞれの問題について、

- (1) 各自分で答を考えたのち、グループ内で議論する。
- (2) 問題と答をどのように説明すれば伝わるかをグループ内で議論、練習する。
- (3) それぞれの問題について、各グループからそれぞれ口頭発表してもらう。

問題 6.1. つぎの(あ)、(い)はどのように違うだろうか。

(あ) 次の連立方程式を解け

$$\begin{cases} x + y = 5 & (A) \\ x^2 + y^2 = 13 & (B) \\ x^3 + 2y^3 = 62 & (C) \end{cases}$$

(い) 次の連立方程式を解け

$$\begin{cases} x + y = 5 & (A) \\ x^2 + y^2 = 13 & (B) \\ x^3 + 2y^3 = 63 & (C') \end{cases}$$

問題 6.2. つぎの(う)、(え)はどのように違うだろうか。

(う) 次の連立方程式を解け。ただし、 X, Y は 2 次の行列。 1_2 は 2 次の単位行列。 $5_2 = 5 \cdot 1_2$ 等とする。

$$\begin{cases} X + Y = 5_2 & (A) \\ X^2 + Y^2 = 13_2 & (B) \\ (1 \ 0) \cdot X = (8 \quad -2) & (C'') \end{cases}$$

(え) 次の連立方程式を解け。ただし、 X, Y は 2 次の行列。 1_2 は 2 次の単位行列。 $5_2 = 5 \cdot 1_2$ 等とする。

$$\begin{cases} X + Y = 5_2 & (A) \\ X^2 + Y^2 = 13_2 & (B) \\ (1 \ 0) \cdot X = (0 \quad 0) & (C''') \end{cases}$$

問題 6.3. 漸化式

$$\begin{cases} a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n & (n = 1, 2, 3, \dots) \\ a_1 = -1, \quad a_2 = 1 \end{cases}$$

の一般項を求めよ、という問題に対して、A君は次の解答を書いた。この解答は(大変よいアイディアが使われているが)、解答としては不十分であって、大幅にその価値を損なっている。どこを改善すべきだろうか。

[A君の解答]

特性方程式

$$x^2 = 3x - 2$$

を解くと、 $x = 1, 2$ 。そこで、定数 c_1, c_2 があつて、

$$a_n = c_1 2^n + c_2$$

と仮定する。 $n = 1, 2$ のときを考えると、

$$2c_1 + c_2 = -1, \quad 4c_1 + c_2 = 1$$

これを解いて、 $c_1 = 1, c_2 = -3$ 。ゆえに、

$$a_n = 2^n - 3$$