

## 線形代数学概論 A NO.1 要約

本講義の目標 ベクトル空間と線形写像を理解する。

今日のテーマ ベクトル、ベクトル空間とはなにか。

定義 1.1. (記号)

- (1)  $\mathbb{Z}$ : 整数の全体の集合
- (2)  $\mathbb{Q}$ : 有理数の全体の集合
- (3)  $\mathbb{R}$ : 実数の全体の集合
- (4)  $\mathbb{C}$ : 複素数の全体の集合

全体の集合ということが大事である

定義 1.2. 2次元数ベクトル

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} ; \quad a, b \in \mathbb{R}$$

の 全体 の集合を **2次元数ベクトル空間** とよび、 $\mathbb{R}^2$  と書く。

- (1) さしあたっては、上記のように縦ベクトルを扱うことにする。
- (2) ベクトルを単なる数と区別するために、高校の時のように  $\vec{a}$  と書くこともあるし、上のように太文字で書くこともある。このテキストでは、本講義の教科書に従い、太文字を使うことが多いだろう。

同様にして、3次元数ベクトル、3次元数ベクトル空間、もっと一般に  $n$ 次元数ベクトルと  $n$ 次元数ベクトル空間が定義される。

$n$ 次元ベクトルには、成分ごとの和とスカラー倍 (定数倍) により、**和** と、**スカラー倍** が定義される。

$n$ 次元数ベクトルとは、実数の  $n$  個の列にほかならない。それならば、実数を無限個並べた列、すなわち実数列

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_k, \dots)$$

(紙面の都合で横ベクトルで書いた。) もベクトルと考えられるのではないか。あるいは、添字に正の整数だけを許すとかいうけち臭いことを言わずに、もっと色々考えられるのではないか。

実はそのとおりで、それらのなす空間は無限次元ベクトル空間と呼ばれるものになっている。

それらのベクトルを扱う際も、和と、スカラー倍のみを相手にする場合には組織的、統一的に扱うことができる。それが線形代数学である。言い換えると、ベクトル空間とは和とスカラー倍の考えられるような集合のことであり、線形代数学とは、そのような一般の線形空間を扱う学問である。

※レポート問題

(期限：次の講義の終了時まで。)

(1)

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}$$

に対して、 $\frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$  を求めよ。

- (2)  $\frac{1}{2}((1 + 2x + 3x^2 + 4x^3) + (5 + 6x + 7x^2 + 8x^3))$  を求めよ。  
 (3)  $\frac{1}{2}((\sin(x) + 2e^x + 3 \log(x) + 4) + (5 \sin(x) + 6e^x + 7 \log(x) + 8))$  を簡単にせよ。  
 (4) ある二日間の最低気温がそれぞれ次のようであったとする。

	Ts 市	Tm 市	My 市	Kc 市
1 日目	1	2	3	4
2 日目	5	6	7	8
平均	?	?	?	?

このとき、一日目と二日目のそれぞれの市の最低気温の平均を求めなさい。すなわち、上の表の? の部分を埋めなさい。

- <http://www.math.kochi-u.ac.jp/docky/kogi> にこのプリントを提供する。