

完備化定理

X : metric space d : metric

$\bar{X} = \text{Cachy}(X) / \equiv$: metric space, complete

$\{x_j\}_{j=1}^{\infty} \in \text{Cachy}(X) / \equiv$, Cachy 子列

$\Rightarrow \{x_j\}$: converge - 收斂嗎?

子列收斂

x_j : X 的 Cachy 子列 $x_j = \{x_{j\ell}\}_{\ell=1}^{\infty}$ ($\ell \in \mathbb{N}$)

$\bar{X} \ni x_1 \leftarrow x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, \dots$

$x_2 \leftarrow x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, \dots$

$x_3 \leftarrow x_{31}$

$x_4 \leftarrow x_{41}$

$x_5 \leftarrow x_{51}$

\vdots

內角線

idea

$$x_i \neq x_i = \left(\{x_{i\ell}\}_{\ell \in \mathbb{Z}} \right) \quad \left(x_{i\ell} \text{ of } \ell \rightarrow \infty \text{ limit} \right)$$

よしたとき,

$x_{i\ell}$ の $\ell \rightarrow \infty$ の部分列をとり,

$x_{i\ell} \xrightarrow{\ell \rightarrow \infty} x_i$ の subsequence を
取りよける。

→ 対角線法とよぶ。

· 位相環

R : 位相環

$\Leftrightarrow R$: 位相空間
環 \rightarrow 共調的 (和、差、積、逆)

$$R \times R \xrightarrow{+} R \quad : \text{連續}$$

$$(a, b) \mapsto a + b$$

$$f(a, b) = \cancel{a} \rightarrow a + b \quad : \text{連續}$$

$$\circ \mathbb{Z}/p\mathbb{Z} \subset \mathbb{Z}_p$$

\mathbb{Z}_p は $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ による完備化.

$$[0, a_1 a_2 a_3 \dots]_p \leftarrow \mathbb{Z}_p \text{ の元のかき方 (表記)}$$

(Work)
(有限小数)

\mathbb{Z}_p : 「無限小数」

$$[0.222 \dots]_3 + [0.1]_3 = 0$$

↑ a_3

$$\begin{aligned} \leftarrow [0.1]_3 &= [0.222 \dots]_3 \\ \text{"} & \quad \text{"} \\ \leftarrow \uparrow a_3 & \end{aligned}$$

$$(-1) \cdot a = -a \quad (\forall a \in \mathbb{Z}_3)$$

\mathbb{Z}_p の各元は $[0, a_1 a_2 \dots]_p$ ($a_1, a_2, \dots \in \{0, 1, \dots, p-1\}$)
と書ける.

$\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ の \bar{a}

$$a = [0, a_0, a_1, a_2, a_3, \dots]_p$$

$(a_0, a_1, a_2, a_3 \in \{0, 1, 2, 3, \dots, p-1\})$
と書ける。

この意味は：

a_0 : a を p で割った余り, である。

a を p^2 で割った余りである。

$\mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z}$ の世界

9:50 ~

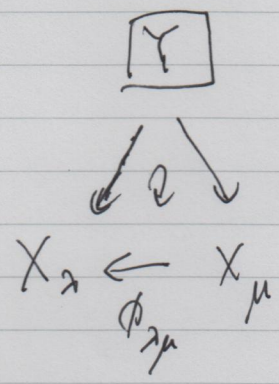
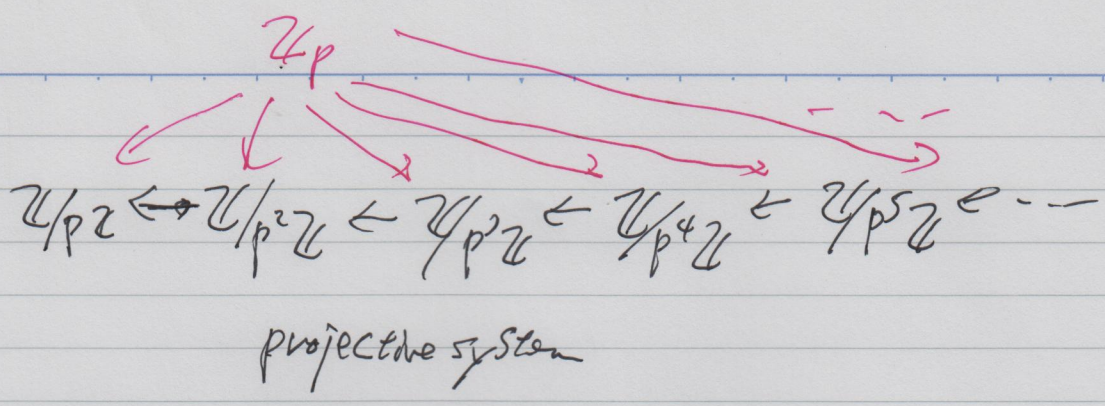
Exercise 3. A

射影極限の存在を証明せよ.

(位相空間 X と \mathcal{I} .) $\{X_\alpha\}$ の射影極限 $\prod_{\alpha} X_\alpha$ 直積積

$$\mathcal{I} = \left\{ (x_\alpha)_{\alpha \in \Lambda} \mid \forall \alpha, \mu \in \mathcal{I}, \phi_{\alpha\mu}(x_\mu) = x_\alpha \right\}$$

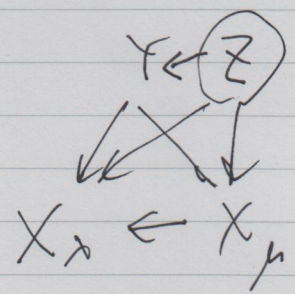
 $\left(\prod_{\alpha} X_\alpha \text{ の閉部分} \right)$
 $\{ \forall X_\alpha : \text{compact} \} \implies \prod_{\alpha} X_\alpha : \text{compact}$



projective system of
k-sets.

underlying
Z?

φ_n
射影的制限



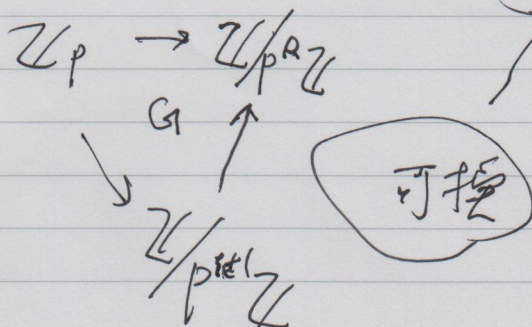
$Z \ni \varphi_n$

射影標環 (projective line)

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{Z}_p & \longrightarrow & \mathbb{Z}/p^3\mathbb{Z} \\ \downarrow & & \downarrow \\ [0, a_0, a_1, a_2, \dots]_p & \longmapsto & [a_0, a_1, a_2]_p \quad (\text{の } \mathbb{Z}/p^3\mathbb{Z} \text{ の } \mathbb{Z} \text{ として}) \end{array}$$

(全射) 環の準同型

p^3, p^4, \dots, p^e まで考えれば
これは「共通の」



① L1 - 1 問題

pdf に限らず

画像でも可

② YMO3 という文字列
が与えられ、