

理工系線形代数学 NO.15

出席番号、名前： _____

問題 15.1.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 6 \\ 2 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

とおく。 A を $V = \mathbb{R}^3$ から $W = \mathbb{R}^4$ への線型写像と同一視する。このとき、

- (1) A を行基本変形して、階段行列 (仮に B とおく) にせよ。
- (2) E_4 に上と全く同じ行基本変形をして、得られた行列を Q とおく。 QA を求めよ。
- (3) $\text{Ker}(A)$ を求めよ。
- (4) $\text{Image}(A)$ を求めよ。
- (5) この場合の次元等式 $\dim V - \dim(\text{Ker}(A)) = \dim(\text{Image}(A))$ を具体的な数字を入れて完成せよ。

問題 15.2. $A = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -4 & 5 \end{bmatrix}$ とする。このとき次の各問に答えよ。

- (1) A の固有値をすべて求めよ。
- (2) A の各固有値に関する固有ベクトルを一つづつ求めよ。
- (3) A を対角化せよ。