

線形代数学 II NO.51  
(期末試験的なレポート問題)

- 答えは論理的に、貴方の考えが伝わるように書くこと。数値的な答えだけではほとんど点はありません。
- 2022年7/21日(2)の(b)の赤書きの部分を訂正しました。(それ以前はPのところ(一文字)がJになっていた) ついでに注意書きも加えておきました。
- なお、カラープリンタを用いて無理に対応する必要はありません。もし不明な点があれば、土基までお尋ね下さい。

**問題 0.1.** 次の各問いに答えよ。ただし(1)の証明ができなくてもその結果を(2)に用いて良い((1)と(2)とは独立に採点することにする)。

(1)  $P \in M_n(\mathbb{C}), S \in M_m(\mathbb{C}), Q \in M_{n,m}(\mathbb{C})$  とする。

$$A_1 = \begin{pmatrix} P & Q \\ 0 & S \end{pmatrix}$$

に対して、 $\det(A_1) = \det(P) \det(S)$  を証明せよ。

(2)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

とおく。

- (a)  $A$  の固有多項式を求めよ。
- (b)  $P \in GL_5(\mathbb{C})$  を用いて  $J = P^{-1}AP$  が Jordan の標準型に等しいとき、 $J$  を求めよ。(  $J$  の候補は複数あるが、一つ示せば良い。 )  
[注意:(2)の  $P$  と(1)の  $P$  とは別物と考えて下さい。]
- (c) 前小問の  $P$  を求めよ。(これも一つでよい。)