

線形代数学 II やってみよう問題 NO.2

出席番号、名前： _____

問題 2.1. $(1, 1, 2)$ と $(3, 4, t)$ とが標準内積で直交するような実数 t を求めなさい。

問題 2.2. 不定元 (変数) x に関する 2 次以下の実係数の多項式の全体を V とおく。つまり

$$V = \{c_0 + c_1x + c_2x^2; c_0, c_1, c_2 \in \mathbb{R}\}.$$

この V に

$$f \bullet g = \int_0^2 f(x)g(x)dx \quad (f, g \in V)$$

で内積 \bullet を定める。

V の基底として $\{v_1, v_2, v_3\} = \{1, x, x^2\}$ を採用する。

一般に, 基底 $\{v_i\}$ に対して, $A = (v_i \cdot v_j)_{ij}$ は $\{v_i\}$ のグラム行列と呼ばれ, 内積を記述するのに便利である。

- (1) $\{v_1, v_2, v_3\}$ のグラム行列 A を求めよ。
- (2) $a_1v_1 + a_2v_2 + a_3v_3$ と $b_1v_1 + b_2v_2 + b_3v_3$ の内積を $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ と A を用いて書け。
- (3) $sv_1 + v_2$ が v_1 と直交するような実数 s を求めなさい。
- (4) (やや難!) $tv_1 + uv_2 + v_3$ が v_1, v_2 の両方と直交するような実数の組 (t, u) を求めなさい。

問題 2.0.1. 一行感想を述べてください。

答:

一行感想以外の答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。