

体論 やってみよう問題 NO.02

出席番号、名前： \_\_\_\_\_

問題 2.1.  $\mathbb{Q}[X]/(X^3 - X - 1)$  における  $X$  のクラス (剰余類) を  $a$  と書くことにする。このとき、

- (1)  $a^3$  を簡単にせよ ( $a$  の二次以下の式で表しなさい。以下同様。)
- (2)  $(a^2 + 5a + 7) + (a^2 - a - 1)$  を簡単にせよ。
- (3)  $(a^2 + 1)(a + 1)$  を簡単にせよ。
- (4)  $a^2 + a + 1$  の逆元を求めなさい。(ヒント: maxima によれば

```
(%i2) gcdex(x^2+x+1,x^3-x-1)
```

```
(%o2) /R/                2  
                        [- x  + 2, x + 1, 1]
```

これは

- $\gcd(x^2 + x + 1, x^3 - x - 1) = 1$  で、かつ
- $(-x^2 + 2)(x^2 + x + 1) + (x + 1)(x^3 - x - 1) = 1$  であることを示している。

問題 2.0.1. 一行感想を述べてください。

答:

一行感想以外の答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。

---