

線形代数学II やってみよう問題 No.2

出席番号、名前： _____

問題 2.1. $(1, 1, 2)$ と $(3, 4, t)$ とが標準内積で直交するような実数 t を求めなさい。

問題 2.2. 不定元 (変数) x に関する 2 次以下の実係数の多項式の全体 を V とおく。つまり

$$V = \{c_0 + c_1x + c_2x^2; c_0, c_1, c_2 \in \mathbb{R}\}.$$

この V に

$$f \bullet g = \int_0^2 f(x)g(x)dx \quad (f, g \in V)$$

で内積 $\bullet$ を定める。

V の基底として $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\} = \{1, x, x^2\}$ を採用する。

一般に、基底 $\{\mathbf{v}_i\}$ に対して、 $A = (\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_j)_{ij}$ は $\{\mathbf{v}_i\}$ のグラム行列と呼ばれ、内積を記述するのに便利である。

1. $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ のグラム行列 A を求めよ。
2. $a_1\mathbf{v}_1 + a_2\mathbf{v}_2 + a_3\mathbf{v}_3$ と $b_1\mathbf{v}_1 + b_2\mathbf{v}_2 + b_3\mathbf{v}_3$ の内積を $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ と A を用いて書け。
3. $s\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$ が $\mathbf{v}_1$ と直交するような実数 s を求めなさい。
4. (やや難!) $t\mathbf{v}_1 + u\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3$ が $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ の両方と直交するような実数の組 (t, u) を求めなさい。

問題 2.0.1. 一行感想を述べてください。

答:

一行感想以外の答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。