

線形代数学II やってみよう問題 No.4

出席番号、名前： _____

計量ベクトル空間 V とその部分空間 U が与えられているとし、 $\mathbf{v} \in V \setminus U$ とする。このとき、

1. 関数 $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ を $f(\mathbf{u}) = \|\mathbf{v} - \mathbf{u}\|$ で定義する。 f がある点 $\mathbf{u} = \mathbf{u}_1$ で最小値をとると仮定する。その点 $\mathbf{u}_1$ のことを改めて $\mathbf{v}_U$ と書くことにする。このとき $\mathbf{v}_{U^\perp} \stackrel{\text{def}}{=} (\mathbf{v} - \mathbf{v}_U)$ は U の各元と直交することを示しなさい
2. 一般に、 $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$ なる $\mathbf{v}_1 \in U^\perp$ と $\mathbf{v}_2 \in U$ とは (もし存在すれば) 唯一つであることを示しなさい。
3. U が 1 次元で、 $\mathbf{u}_1$ で生成されるとき、 $\mathbf{v}_U$ と $\mathbf{v}_{U^\perp}$ を求めよ。
4. U が n 次元で、正規直交基底 $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n$ をもつとき、 $\mathbf{v}_U$ と $\mathbf{v}_{U^\perp}$ を求めよ。

問題 4.0.1. 一行感想を述べてください。

答:

一行感想以外の答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。