

線形代数学II やってみよう問題 No.5

出席番号、名前： _____

標準内積を備えた $\mathbb{R}^3$ を V と書くことにする。 V の元

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

を考える。

1. $U_1 = \mathbb{R}\mathbf{v}_1$ とおく。 U_1 の正規直交基底 $\{\mathbf{w}_1\}$ をひと組求めよ。 $\left(\begin{pmatrix} 4/5 \\ 0 \\ 3/5 \end{pmatrix}\right)$

2. $\mathbf{x} = (\mathbf{v}_2)_{U_1^\perp}$ とおく。 $\mathbf{w}_2 = \mathbf{x}/\|\mathbf{x}\|$ を求めなさい。 $\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right)$

3. $U_2 = \mathbb{R}\mathbf{v}_1 + \mathbb{R}\mathbf{v}_2$ とおく。さらに $\mathbf{y} = (\mathbf{v}_3)_{U_2^\perp}$ とおく。 $\mathbf{w}_3 = \mathbf{y}/\|\mathbf{y}\|$ を求めなさい。
ヒント: $\mathbf{y} = \alpha\mathbf{v}_1 + \beta\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3$ とおく。条件 $\mathbf{y} \perp \mathbf{v}_1, \mathbf{y} \perp \mathbf{v}_2$ により α, β を求めよ。
 $\left(\mathbf{y} = \begin{pmatrix} -12/25 \\ 0 \\ 16/25 \end{pmatrix}, \mathbf{w}_3 = \begin{pmatrix} -3/5 \\ 0 \\ 4/5 \end{pmatrix}\right)$

4. $\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3$ を横に並べることで行列 T を作って書け。 T は直交行列であるか? 確認せよ。

問題 5.0.1. 一行感想を述べてください。

答:

一行感想以外の答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。