

多変数の微分積分 期末試験的なレポート 問題

問題 15.1. $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ を

$$f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} e^{4x+y} \\ x+y \end{pmatrix}$$

により定義する。このとき、

1. 偏微分 f_x, f_y をそれぞれ求めなさい。
2. 点 $P = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ における f の全微分 $Df|_P = Df(P)$ (どちらの書き方で書いても同じモノを意味する)、および その行列式 $\det(Df(P))$ を求めなさい。
3. 点 $P = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ における f の二次近似を求めなさい。
- 4.

$$D = [0, 1] \times [0, 1]$$

とし、 $D_1 = f(D)$ とおく。このとき、 $\int_{D_1} u^{-1} du dv$ を

$$u(x, y) = e^{4x+y}$$

$$v(x, y) = x + y$$

と変数変換をすることにより求めなさい。(f により D の点と D_1 の点とが全単射で対応することは証明なしに自由に使ってよいことにする。)