

線形代数学II やってみよう問題 No.3

出席番号、名前： _____

問題 3.1. 不定元 (変数) x に関する 2 次以下の実係数の多項式の全体 を V とおく。つまり

$$V = \{c_0 + c_1x + c_2x^2; c_0, c_1, c_2 \in \mathbb{R}\}.$$

この V に

$$f \bullet g = \int_0^2 f(x)g(x)dx \quad (f, g \in V)$$

で内積を定める。

V の基底として $\{\mathbb{v}_1, \mathbb{v}_2, \mathbb{v}_3\} = \{1, x, x^2\}$ を採用する。

1. $a_1\mathbb{v}_1 + a_2\mathbb{v}_2 + a_3\mathbb{v}_3$ と $b_1\mathbb{v}_1 + b_2\mathbb{v}_2 + b_3\mathbb{v}_3$ の内積を A を用いて書け。[復習] $\begin{pmatrix} 2 & 2 & \frac{8}{3} \\ 2 & \frac{8}{3} & 4 \\ \frac{8}{3} & 4 & \frac{32}{5} \end{pmatrix}$
2. $\mathbb{u}_2 = s\mathbb{v}_1 + \mathbb{v}_2$ が $\mathbb{v}_1$ と直交するような実数 s を求めなさい。[復習: $s = -1$]
3. $\mathbb{u}_3 = t\mathbb{v}_1 + u\mathbb{v}_2 + \mathbb{v}_3$ が $\mathbb{v}_1, \mathbb{v}_2$ と直交するような実数 t, u を求めなさい。[2/3, -2]
4. tQAQ が対角行列であるような $Q = \begin{pmatrix} 1 & * & * \\ 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ を求めなさい。
5. V が 3 次元のとき、シュミットの直交化法を用いて V の正規直交基底を求めるには、あとどうすればよいか、手短かに説明せよ。(計算はしなくてよい。)

問題 3.0.1. 一行感想を述べてください。

答:

一行感想以外の答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。