

線形代数学II やってみよう問題 No.11

出席番号、名前： _____

問題 11.1. λ を複素数とし、

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

とおく。このとき

1. A の固有値とそれに属する固有ベクトルをすべて求めよ。
2. A は対角化できないこと、つまり、どんな $P \in \mathrm{GL}_5(\mathbb{C})$ とどんな複素数 a, b, c, d, e を用いても、

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$$

とはできないことを示せ、

問題 11.2.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

とおく。このとき

1. A の固有値とそれに属する固有ベクトルをすべて求めよ。
2. A は対角化できないこと、つまり、どんな $P \in \mathrm{GL}_5(\mathbb{C})$ とどんな複素数 a, b, c, d, e を用いても、

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e \end{pmatrix}$$

とはできないことを示せ、

※今日のようにやってみよう問題が2つ(以上)あるときはどちらか一つを選んで解いてください。

問題 11.0.1. 一行感想を述べてください。

答:

一行感想以外の答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。