

多変数の微分積分演習問題 No.6

問題 6.1. $\mathbb{R}^2$ の開集合 U 上定義された C^2 -級関数 f に対して

$$f(x+h, y+k) - f(x, y+k) - f(x+h, y) + f(x, y) = \int_0^1 \int_0^1 hk f_{xy}(x+th, y+sk) dt ds$$

が成り立つことを示せ。

問題 6.2. $\mathbb{R}^2$ の開集合 U 上定義された C^2 -級関数 f に対して U の各点で

$$f_{xy} = f_{yx}$$

が成り立つことを示せ。

問題 6.3. $\mathbb{R}^2$ の開集合 U 上定義された 関数 f に対して U の各点で

$$f_{xy} = f_{yx}$$

とは限らないことを実例を挙げて示せ。(教科書に一つ例があるし、ネットにもあるだろうが、細かいところは適宜補うこと。)