About the Operator Space and its topological spaces

太田 崇啓 (京都大学)

平成 15 年 7 月 29 日

operator space とは $B(H)$ の closed subspace であるような空間のことをいいます。

この空間の持つ種々の性質を述べるのが講演の目的です。

<u>Definition</u> Let E, F be operator spaces and $u : E \to F$ be a linear map then

u is completely bounded(c.b.) $\Leftrightarrow_{def} \sup_{n\geq 1} \|u \otimes I_{M_n}\|_{M_n(E)\to M_n(F)} < \infty$

Then we define

$$\|u\|_{cb} = \sup_{n\geq 1} \|u \otimes I_{M_n}\|$$

u is completely isomorphic $\Leftrightarrow_{def}$ u is isomorphic and u and u^{-1} are c.b.

u is completely isometric $\Leftrightarrow_{def}$ $u \otimes I_{M_n}$ is isometric for all $n \geq 1$

We define

$d_{cb}(E, F) = \inf\{\|u\|_{cb}\|u^{-1}\|_{cb} | u : E \to F : completely\ \ isomorphism\}$

OS_n を すべての n 次元 operator space のなす空間とします。OS_n の 2 元は completely isometric のとき同じとみなします。

そのとき、 $\delta_{cb}(E, F) = Log d_{cb}(E, F)$ は OS_n 上に距離を定めます。

<u>Theorem</u> The metric space (OS_n, δ_{cb}) is non-separable if $n > 2$

これの応用として,

<u>Theorem</u> If $\dim(H) = \infty$,there is more than one C^*- norm on $B(H) \otimes B(H)$. In other words we have

$$B(H) \otimes_{min} B(H) \neq B(H) \otimes_{max} B(H)$$

References

[1]Effros and Ruan, *Operator Spaces,*Oxford Univ. Press,2000

[2]G.Pisier, *Exact oparator spaces,* Asterisque,232,(1995) 159-186

[3]M.Junge and G.Pisier, *BILINEAR FORMS ON EXACT OPERATOR SPACES AND* $B(H) \otimes B(H)$ *,* Geom. Funct. Anal., Vol.5,(1995) 329-363.