

# 原始 $C^*$ 環でない素 $C^*$ 環の構成

千葉大学大学院自然科学研究科  
渡辺竜彦 (修士課程 2 年)

まず、素イデアルと原始イデアルを定義します。

**定義** .  $C^*$  環  $A$  の閉イデアル  $I$  が、 $A$  の任意の閉イデアル  $J, J'$  に対して

$$J \cap J' \subseteq I \Rightarrow J \subseteq I \text{ または } J' \subseteq I$$

を満たすとき、 $I$  を**素イデアル** (prime ideal) という。

**定義** .  $C^*$  環  $A$  の既約表現  $\pi : A \rightarrow B(\mathcal{H})$  の核  $\ker \pi$  を**原始イデアル** (primitive ideal) という。

次に、原始  $C^*$  環と素  $C^*$  環を定義します。

**定義** .  $C^*$  環のゼロイデアルが素イデアルのとき、**素  $C^*$  環** (prime  $C^*$ -algebra) という。

**定義** .  $C^*$  環のゼロイデアルが原始イデアルのとき、**原始  $C^*$  環** (primitive  $C^*$ -algebra) という。

このとき次のことが成り立ちます。

**命題** . 単純  $\Rightarrow$  原始  $\Rightarrow$  素

**命題** . 可分であれば、素  $C^*$  環は原始  $C^*$  環である。

しかし可分でない上命題は成立しません。

**定理** . 可分でない素  $C^*$  環で原始  $C^*$  環でないものが存在する。

この  $C^*$  環を具体的に構成するのが目標になります。

## 参考文献

[1] Nik Weaver, A prime  $C^*$ -algebra that is not primitive, arXiv:math.OA/0106252