

統計数学II 第4回

担当：三角 淳 2011年10月25日

講義概要

- ・ポアソン過程の定義：計数過程 $\{N_t\}_{t \geq 0}$ が $N_0 = 0$ で、定常独立増分をもち、任意の $t > 0$ に対して N_t はパラメーター λt のポアソン分布に従うとする。このような $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程と呼ぶ。
- ・計算例：上の $\{N_t\}_{t \geq 0}$ に対して次が成り立つ。

$$P(N_s = 1 | N_t = 1) = \frac{s}{t} \quad (0 < s < t)$$

- ・ $0 < s < t$ に対して、 N_s と N_t は独立でない事に注意。

レポート問題 (以下の [1] の解答を、次回の授業の終わりに提出して下さい。)

[1] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ がパラメーター 2 のポアソン過程のとき次を求めよ。

- (1) $P(N_8 - N_5 \geq 2)$, (2) $E[N_7]$.

補充問題

[2] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター $\frac{1}{4}$ のポアソン過程とする。

- (1) $P(N_{10} - N_4 = 0)$ を求めよ。
(2) $N_9 - N_7$ の平均と分散を求めよ。

[3] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程とする。このとき任意の $0 < s < t$, $n, m = 0, 1, 2, \dots, n \leq m$ に対して次を示せ。

$$P(N_t = m | N_s = n) = e^{-\lambda(t-s)} \frac{\{\lambda(t-s)\}^{m-n}}{(m-n)!}$$