

統計数学IA 第2回

担当：三角 淳 2012年4月18日

講義概要 (教科書 p3-7 も参照)

- ・ 起こりうる結果が有限通りで、起こり方が同等であるような試行における確率。
- ・ 確率がみたすべき性質：(i) $0 \leq P(A) \leq 1$ 、(ii) $P(\Omega) = 1$ 、(iii) 高々可算個の排反事象に対して $P\left(\bigcup_n A_n\right) = \sum_n P(A_n)$ 。
- ・ σ -加法族 (σ -集合体)：確率が定義されるよい集合の集まり。 Ω の部分集合族 \mathcal{F} が次をみたすときにいう。(i) $\Omega \in \mathcal{F}$ 、(ii) $A \in \mathcal{F}$ ならば $A^c \in \mathcal{F}$ 、(iii) $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$ ならば $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{F}$ 。
- ・ 確率空間 (Ω, \mathcal{F}, P) の導入。

補充問題

[1] 標本空間 $\Omega = \{1, 2, 3\}$ 、事象の全体 $\mathcal{F} = 2^\Omega$ とする。次の P はそれぞれ (Ω, \mathcal{F}) 上の確率となるか。理由を付けて答えよ。

(1) $P(\emptyset) = 0, P(\{1\}) = \frac{1}{12}, P(\{2\}) = \frac{1}{12}, P(\{3\}) = \frac{1}{12}, P(\{1, 2\}) = \frac{1}{4}, P(\{1, 3\}) = \frac{1}{4}, P(\{2, 3\}) = \frac{1}{4}, P(\Omega) = 1$.

(2) $P(\emptyset) = 0, P(\{1\}) = 1, P(\{2\}) = 0, P(\{3\}) = 0, P(\{1, 2\}) = 1, P(\{1, 3\}) = 1, P(\{2, 3\}) = 0, P(\Omega) = 1$.

[2] 標本空間 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ とする。次の \mathcal{F} はそれぞれ Ω 上の σ -加法族となるか。理由を付けて答えよ。

(1) $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \Omega\}$

(2) $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{1, 2\}, \{3\}, \{4, 5\}, \{1, 2, 3\}, \{3, 4, 5\}, \{1, 2, 4, 5\}, \Omega\}$