

統計数学IA 第5回

担当：三角 淳 2012年5月16日

講義概要 (教科書 p23–27 も参照)

・全確率の公式：事象 A_1, A_2, \dots, A_n が排反かつ $\Omega = \bigcup_{k=1}^n A_k$ のとき、

$$P(B) = \sum_{k=1}^n P(A_k)P(B|A_k)$$

・事象の独立性の定義： $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ をみたすとき、事象 A, B は独立であるという。

・次は同値。(但し条件付けた事象の確率は0でないと仮定する)

- (i) 事象 A, B が独立、(ii) $P(B|A) = P(B)$ 、(iii) $P(A|B) = P(A)$ 、
(iv) $P(B|A) = P(B|A^c)$ 、(v) $P(A|B) = P(A|B^c)$ 。

補充問題

[1] 公平な硬貨1枚を3回投げる。2回目に裏が出る事象を A 、3回目に表が出る事象を B 、3回目にはじめて表が出る事象を C とする。

- (1) A と B が独立である事を示せ。
(2) A と C 、 B と C がそれぞれ独立でない事を示せ。

[2] A と B が独立、 A と C が独立、 B と C が排反であるような事象 A, B, C が与えられたとする。このとき A と $B \cup C$ が独立である事を示せ。

レポート問題2 以下の [3],[4] の解答を、次回の授業の終わりに提出して下さい。あるいは、619号室の入口の袋に事前に提出しても構いません。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[3] 箱の中に白のボールが2個、赤のボールが3個入っているとす。この箱からボールを1個取り出して、元に戻さずに同じ色のボールを箱の中に4個追加する。その後、再び箱からボールを1個取り出す。このとき、2回目に取り出されたボールが白である確率を求めよ。

[4] 事象 A, B が独立で、 $P(A) = \frac{3}{5}$ 、 $P(B) = \frac{6}{7}$ のとき次を求めよ。

- (1) $P(A \cup B)$ 、(2) $P(A \cap B^c | A \cup B)$ 。