

# 統計数学IA演習 第7回

担当：三角 淳 2014年5月28日

## 例題

[1] (ベイズの公式)  $n$  を正の整数とする。事象  $A_1, \dots, A_n$  は排反で、標本空間  $\Omega = \cup_{k=1}^n A_k$  とする。このとき事象  $B$  に対して次を示せ。但し  $P(A_1), \dots, P(A_n), P(B) > 0$  とする。

$$P(A_j|B) = \frac{P(A_j)P(B|A_j)}{\sum_{k=1}^n P(A_k)P(B|A_k)} \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

[2] 明日、雨が降る事象を  $A_1$ 、雨が降らない事象を  $A_2$  として、 $P(A_1) = \frac{1}{4}$ 、 $P(A_2) = \frac{3}{4}$  とする。天気予報で雨の予報が出る事象を  $B$  とし、雨が降るときに正しい予報が出る条件付確率を  $P(B|A_1) = \frac{9}{10}$ 、雨が降らないときに誤った予報が出る条件付確率を  $P(B|A_2) = \frac{1}{8}$  とする。このとき、雨の予報が出たとして実際に雨が降る条件付確率  $P(A_1|B)$  を求めよ。

レポート問題 以下の [3] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[3] 5つの扉があり、扉1から扉4の裏側にはヤギ、扉5の裏側には車が隠されている。はじめにテレビの出演者(扉の裏側を知らない)が、5つの扉のうちの1つを等確率で選ぶ。その後、司会者(扉の裏側を知っている)が、選ばれていない4つの扉のうち、ヤギがいる扉の中から1つを等確率で選んで開ける。

(1) はじめに扉  $n$  を選ぶ事象を  $A_n$ 、司会者が扉2を開ける事象を  $B$  とする。このとき  $P(A_n)$ 、 $P(B|A_n)$  ( $n = 1, 2, 3, 4, 5$ ) を求めよ。(答えのみでよい)

(2) 乗法法則を用いて、 $P(A_5 \cap B)$  を求めよ。

(3)  $P(B)$  を  $P(A_n \cap B)$  ( $n = 1, 2, 3, 4, 5$ ) を用いて表せ。

(4)  $P(B)$  を求めよ。

(5) 司会者が扉2を開けたとして、はじめに選んだ扉に車がある条件付確率  $P(A_5|B)$  を求めよ。

## 補充問題

[4] [3] において、司会者が扉を開けた後に、出演者が、はじめに選んだ扉と司会者が開けた扉以外の3つの扉のうちの1つを等確率で選び直すとする。このとき、選び直した扉に車がある確率を求めよ。

[5] 1番目のつぼには金貨が1枚と銀貨が4枚、2番目のつぼには金貨が2枚と銀貨が2枚、3番目のつぼには金貨が6枚入っている。無作為につぼを1つ選んで、その中から1枚を取り出す。このとき金貨が取り出されたとして、選んだのが1番目のつぼである条件付確率を求めよ。