

統計数学IA 第10回

担当：三角 淳 2015年6月23日

講義概要 (教科書 p42-44 も参照)

・ 離散型確率変数の分布： a_1, a_2, \dots を分布関数 F の不連続点とし、 $x = a_i$ で F の値が p_i 増加するとする。このとき (i) $\sum_i p_i = 1$ 、(ii) $P(X = a_i) = p_i$ である。対応 $a_i \mapsto p_i$ を X の分布と呼ぶ。

・ 対応 $a_i \mapsto p_i$ が離散分布であるとは、実数 $a_1, a_2, \dots, p_1, p_2, \dots$ で (i) $p_i \geq 0$ 、(ii) $\sum_i p_i = 1$ をみたすものが与えられたときにいう。

・ 離散分布 $a_i \mapsto p_i$ に対して

$$(1) \text{ 平均値 (期待値) } m = \sum_i a_i p_i \quad (2) \text{ 分散 } \sigma^2 = \sum_i (a_i - m)^2 p_i$$

・ 確率母関数：離散分布 $k \mapsto p_k$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) に対して $G(z) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k z^k$ 。

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

$$[1] \text{ 確率変数 } X \text{ の分布関数が } F(x) = \begin{cases} 0 & x < -5 \\ \frac{4}{5} & -5 \leq x < \sqrt{2} \\ 1 & \sqrt{2} \leq x \end{cases} \text{ とする。このとき各 } k \in \mathbb{R} \text{ に}$$

対して $P(X = k)$ を求めよ。

補充問題

[2] 実力の互角な2人が5番勝負を行うとき、どちらかが先に3勝するまでに行う試合数を X とする。

(1) X の確率関数を求めよ。

(2) X から定まる離散分布の平均値、分散を求めよ。

$$[3] X \text{ は離散型確率変数で、} P(X = k) = \begin{cases} \frac{3}{4^k} & k = 1, 2, 3, \dots \\ 0 & \text{その他} \end{cases} \text{ とする。}$$

(1) X の分布関数を求め、グラフの概形を描け。

(2) X から定まる離散分布の平均値を求めよ。