

統計数学IA 第11回

担当：三角 淳 2015年6月30日

講義概要 (教科書 p44-50 も参照)

・ 離散分布 $k \mapsto p_k$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) の確率母関数を $G(z)$ とするとき、平均 $m = G'(1)$ 、分散 $\sigma^2 = G''(1) + G'(1) - G'(1)^2$ 。

・ 基本的な離散分布：

(1) ベルヌーイ分布： $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq b$, $0 \leq p \leq 1$ に対して、 $a \mapsto p$, $b \mapsto 1 - p$ 。

(2) 二項分布 $B(n, p)$ ： $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq p \leq 1$ に対して、 $k \mapsto \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$
($k = 0, 1, \dots, n$)。

(3) 幾何分布： $0 < p < 1$ に対して、 $k \mapsto p(1-p)^k$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)。

(4) ポアソン分布： $\lambda > 0$ に対して、 $k \mapsto \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)。

(5) 負の二項分布 $NB(r, p)$ ： $r \geq 1$, $0 < p < 1$ に対して、 $k \mapsto \binom{r-1+k}{k} p^r (1-p)^k$
($k = 0, 1, 2, \dots$)。

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1] 確率変数 X がパラメーター $\frac{1}{4}$ のポアソン分布に従うとき、 $P(X = k)$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) は k に関して単調減少である事を示せ。

補充問題

[2] (1) 確率変数 X が二項分布 $B(4, \frac{1}{3})$ に従うとき $P(3 \leq X \leq 5)$ を求めよ。

(2) 確率変数 X がパラメーター $\frac{2}{3}$ の幾何分布に従うとき $P(3 < X < 6)$ を求めよ。

[3] 二項分布 $B(3, \frac{1}{6})$ の平均値、分散を次の2通りの方法で求めよ。

(1) 平均値、分散の定義にもとづいて直接計算する。

(2) 確率母関数の微分を計算する。