

# 統計数学II 第16回(期末試験)

担当：三角 淳 2016年8月2日

・ [3](1) 以外は、結果だけでなく途中過程もできるだけ丁寧に書いて下さい。

[1]  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  をパラメーター 2 のポアソン過程とする。  $S_n = \inf\{t \geq 0 \mid N_t = n\}$  とするとき、  $P(S_2 \leq 4)$  を次の 2 通りの方法で求めよ。

(1)  $S_2 \leq 4$  と  $N_4 \geq 2$  が同値である事を用いる。

(2)  $S_2$  の密度関数が  $f(x) = 4xe^{-2x}$  ( $x \geq 0$ ) である事を用いる。

[2]  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  がパラメーター  $\frac{1}{2}$  のポアソン過程のとき、  $E(N_{2016} \mid N_2 = 3)$  を直接計算により求めよ。

[3] 推移行列が  $\mathbf{P} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  で与えられるようなマルコフ連鎖  $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$  を考える。

状態空間は  $I = \{1, 2, 3\}$  とする。

(1) このマルコフ連鎖の状態推移図を書け。

(2)  $P(X_9 = 3 \mid X_7 = 2)$  を求めよ。

[4] 推移行列が次で与えられるマルコフ連鎖に対して、各状態を相互到達可能性から定まる同値類に分けよ。なお状態空間  $I = \{1, 2, 3, 4\}$  とする。

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1/3 & 1/3 & 0 & 1/3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

[5] 1次元ランダムウォークで、左右対称でなく左に確率  $\frac{3}{5}$ 、右に確率  $\frac{2}{5}$  で移動する場合を考える。このとき  $P(X_5 \geq 3 \mid X_0 = 0, X_1 = 1)$  を求めよ。

・ [1] (1) 8点 (2) 8点 [2] 10点 [3] (1) 6点 (2) 8点 [4] 10点 [5] 10点の60点満点です。

・ 採点結果に関しては、8月4日(木)の正午までに理学部2号館6階の学部生用掲示板にアナウンスを出す予定です。