

理工系微分積分学 第7回

担当：三角 淳 2017年11月28日

講義概要（教科書 p67-69 も参照）

・多変数関数の極大値、極小値について。

・ $f(x, y)$ は C^2 級で、 $f_x(a, b) = f_y(a, b) = 0$ とする。判別式 $D = f_{xx}(a, b)f_{yy}(a, b) - f_{xy}(a, b)^2$ とおくと、

- (1) $D > 0$, $f_{xx}(a, b) > 0$ のとき、 (a, b) で極小値。
- (2) $D > 0$, $f_{xx}(a, b) < 0$ のとき、 (a, b) で極大値。
- (3) $D < 0$ のとき、 (a, b) で極値をとらない。

・ $f(x, y) = 0$ で定まる陰関数 $y = \phi(x)$ の微分は、 $\phi'(x) = -\frac{f_x(x, \phi(x))}{f_y(x, \phi(x))}$ 。

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[1] $f(x, y) = \frac{x + y^2}{2x^2 + 1}$ とする。

- (1) $f_x(a, b) = f_y(a, b) = 0$ をみたす (a, b) をすべて求めよ。
- (2) (1) で求めた各点で、 f が極大値、極小値をとるかどうか調べよ。

補充問題

[2] 次の関数が極大値、極小値を持つかどうか調べ、極大値、極小値を持つ場合はその値を求めよ。

(1) $f(x, y) = x^3 + 6xy + y^2$, (2) $f(x, y) = (2x - y)e^{-4x^2 - y^2}$.

[3] (1) $2x^2 - 4xy + 4y^2 - 1 = 0$ で定まる陰関数 $y = \phi(x)$ に対して、 $\phi'(x)$ を求めよ。

(2) 曲線 $8x^3 - y^3 + 9y = 0$ の $(1, -1)$ における接線の方程式を求めよ。