統計数学IA　第11回

担当：三角　淳　2017年6月27日

講義概要 (教科書 p44–50 も参照)

・離散分布 $k \mapsto p_k$ $(k = 0, 1, 2, \cdots)$ の確率母関数を $G(z)$ とするとき、平均 $m = G'(1)$、分散 $\sigma^2 = G''(1) + G'(1) - G'(1)^2$。

・基本的な離散分布：

(1) ベルヌーイ分布：$a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq b$, $0 \leq p \leq 1$ に対して、$a \mapsto p, \quad b \mapsto 1 - p$.

(2) 二項分布 $B(n, p)$：$n \in \mathbb{N}$, $0 \leq p \leq 1$ に対して、$k \mapsto \begin{pmatrix} n \\ k \end{pmatrix} p^k (1-p)^{n-k}$ $(k = 0, 1, \cdots, n)$.

(3) 幾何分布：$0 < p < 1$ に対して、$k \mapsto p(1-p)^k \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$.

(4) ポアソン分布：$\lambda > 0$ に対して、$k \mapsto \dfrac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (k = 0, 1, 2, \cdots)$.

(5) 負の二項分布 $NB(r, p)$：$r \geq 1$, $0 < p < 1$ に対して、$k \mapsto \begin{pmatrix} r - 1 + k \\ k \end{pmatrix} p^r (1-p)^k$ $(k = 0, 1, 2, \cdots)$.

レポート問題　以下の [**1**] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[**1**] 確率変数 X がパラメーター $\dfrac{1}{4}$ のポアソン分布に従うとき、$P(X = k)$ $(k = 0, 1, 2, \cdots)$ は k に関して単調減少である事を示せ。

補充問題

[**2**] (1) 確率変数 X が二項分布 $B(4, \frac{1}{3})$ に従うとき $P(3 \leq X \leq 5)$ を求めよ。

(2) 確率変数 X がパラメーター $\frac{2}{3}$ の幾何分布に従うとき $P(3 < X < 6)$ を求めよ。

[**3**] 二項分布 $B(3, \frac{1}{6})$ の平均値、分散を次の2通りの方法で求めよ。

(1) 平均値、分散の定義にもとづいて直接計算する。

(2) 確率母関数の微分を計算する。