

統計数学IA 第6回

担当：三角 淳 2017年5月23日

講義概要 (教科書 p27-28, p30 も参照)

・事象 A_1, A_2, \dots, A_n が独立とは、任意の $2 \leq k \leq n$, $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$ に対して次をみたすときにいう。

$$P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2}) \dots P(A_{i_k})$$

・事象の列 $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ が独立とは、その中から任意に有限個取り出したものが独立であるときにいう。

・ベイズの公式：事象 A_1, \dots, A_n が排反かつ $\Omega = \bigcup_{k=1}^n A_k$ のとき、

$$P(A_j|B) = \frac{P(A_j)P(B|A_j)}{\sum_{k=1}^n P(A_k)P(B|A_k)} \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1] 区間 $[0, 20]$ 上の1点をランダムに選ぶ。但しどの点も同等に選ばれるとする。選んだ点が区間 $[5, 10]$ に入っている事象を A とし、選んだ点が区間 $[3, 7]$ または区間 $(9, 17)$ に入っている事象を B とする。このとき A と B が独立である事を示せ。

補充問題

[2] 1から4の番号の書かれた4枚のカードから1枚を取り出す。1または2が出る事象を A 、1または3が出る事象を B 、1または4が出る事象を C とする。

- (1) A と B 、 B と C 、 C と A がそれぞれ独立である事を示せ。
- (2) A, B, C が独立でない事を示せ。

[3] 事象 A, B, C に対して次は同値である事を示せ。

- (1) A, B, C が独立。
- (2) A^c, B, C が独立。
- (3) A^c, B^c, C が独立。
- (4) A^c, B^c, C^c が独立。