確率論　第11回

担当：三角　淳　2018年6月29日

講義概要 (教科書 p42–45 も参照)

・確率変数 X に対して、分布関数 $F(x)$ の値が不連続点 $a_1, a_2, \cdots$ でのみ増加するとき、X を離散型確率変数と呼ぶ。$x = a_i$ で F の値が p_i 増加するとき、(i) $\sum_i p_i = 1$, (ii) $P(X = a_i) = p_i$ が成り立つ。対応 $a_i \mapsto p_i$ を X の分布と呼ぶ。

・対応 $a_i \mapsto p_i$ が離散分布であるとは、実数 $a_1, a_2, \cdots, p_1, p_2, \cdots$ で (i) $p_i \geq 0$, (ii) $\sum_i p_i = 1$ をみたすものが与えられたときにいう。

・離散分布 $a_i \mapsto p_i$ に対して

(1) 平均値 (期待値) $m = \displaystyle\sum_i a_i p_i$,　(2) 分散 $\sigma^2 = \displaystyle\sum_i (a_i - m)^2 p_i$.

・離散分布 $k \mapsto p_k$ $(k = 0, 1, 2, \cdots)$ に対して、確率母関数を $G(z) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k z^k$ で定義する。このとき、平均値 $m = G'(1)$,　分散 $\sigma^2 = G''(1) + G'(1) - G'(1)^2$.

レポート問題　以下の [**1**] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[**1**] X は離散型確率変数で、$P(X = k) = \begin{cases} \dfrac{5}{6} & k = 9 \\ \dfrac{1}{6} & k = 12 \end{cases}$ とする。このとき X から定まる離散分布の平均値と分散を求めよ。

補充問題

[**2**] 実力の互角な2人が5番勝負を行うとき、どちらかが先に3勝するまでに行う試合数を X とする。

(1) $P(X = k)$ $(k = 3, 4, 5)$ を求めよ。

(2) X から定まる離散分布の平均値、分散を求めよ。

[**3**] X は離散型確率変数で、$P(X = k) = \begin{cases} \dfrac{2}{3^{k+1}} & k = 0, 1, 2, \cdots \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$ とする。

(1) $P(X \geq 4)$ を求めよ。

(2) X から定まる離散分布の平均値と分散を求めよ。