

確率論 第9回

担当：三角 淳 2018年6月15日

講義概要 (教科書 p35–38 も参照)

・確率変数：偶然現象を観測して得られる数値。より正確に言うと、確率空間 (Ω, \mathcal{F}, P) が与えられているとして、写像 $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ が、任意の $a \in \mathbb{R}$ に対して

$$\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) \leq a\} \in \mathcal{F}$$

をみたすとき、 X を (実数値) 確率変数と呼ぶ。

・書き方を簡略化するため、例えば、 $\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) \leq a\}$ の意味で $\{X \leq a\}$ と書く。また、 $P(\{X \leq a\})$ の意味で $P(X \leq a)$ と書く。

・ X が確率変数のとき、任意の $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ に対して $\{X > a\}$, $\{X < a\}$, $\{X \geq a\}$, $\{X = a\}$, $\{a < X < b\}$, $\{a \leq X \leq b\}$ などすべて \mathcal{F} の元となる。

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1] 確率空間 (Ω, \mathcal{F}, P) 上の写像 $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ に対して、 X が確率変数のとき、 $3X + 4$ も確率変数であることを示せ。

補充問題

[2] 長さ 10 の棒をランダムに 2 分割する試行を考える。但し、分割の位置はどの点も同等に選ばれるとする。片方の端から長さ ω の位置で分割されることに対応する標本点を ω で表し、標本空間を $\Omega = [0, 10]$ とする。

(1) 長い方の断片の長さとして短い方の断片の長さの差を X とする。このとき各 $\omega \in \Omega$ に対して $X(\omega)$ を求めよ。

(2) $P(3 < X < 5) = P(\{\omega \in \Omega \mid 3 < X(\omega) < 5\})$ を求めよ。

[3] 確率変数 X と実数 a, b ($a < b$) に対して次を示せ。

(1) $P(a < X < b) = P(X < b) - P(X \leq a)$.

(2) $P(a \leq X \leq b) = P(X \leq b) - P(X < a)$.

(裏面に、中間試験追レポートの説明があります)

中間試験追レポートについて

- ・ 中間試験が 15 点以下の人は、試験問題の [2]～[5] にあらためて解答し、6 月 29 日 (金) までに理工学部 2 号館 619 号室の入口の袋に提出して下さい。(やむをえない理由でこの日までに提出できない場合は、申し出て下さい。) なお、必ず通常のレポート問題とは別の用紙に解答して下さい。
- ・ 中間試験が 16 点以上の人は、提出の対象外です。