

確率論演習 第9回

担当：三角 淳 2018年6月15日

例題

[1] 1, 2, 3 と書かれた 3 枚のカードの中から 1 枚を取り出し、元に戻さずに再び 1 枚を取り出す。1 回目に i 、2 回目に j が取り出されることに対応する標本点を (i, j) で表し、標本空間を $\Omega = \{(i, j) \mid 1 \leq i, j \leq 3, i \neq j\}$ とする。

(1) 取り出されたカードの数字の和を X とする。このとき各 $\omega \in \Omega$ に対して $X(\omega)$ を求めよ。

(2) $P(X = 4) = P(\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) = 4\})$ を求めよ。

レポート問題 以下の [2] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[2] それぞれの面に 1 から 4 までの書かれた正四面体のサイコロを 2 回投げる。1 回目に i 、2 回目に j が出ることに対応する標本点を (i, j) で表し、標本空間を $\Omega = \{(i, j) \mid 1 \leq i, j \leq 4\}$ とする。

(1) 出た目の最大値を X とする。このとき各 $\omega \in \Omega$ に対して $X(\omega)$ を求めよ。

(2) $P(X < 3) = P(\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) < 3\})$ を求めよ。

黒板での発表用問題

[3] 確率空間 (Ω, \mathcal{F}, P) 上の写像 $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ に対して、 X が確率変数のとき、 $\{X \text{ が無理数}\} \in \mathcal{F}$ となることを示せ。

[4] 確率空間 (Ω, \mathcal{F}, P) 上の写像 $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ に対して、 X が確率変数のとき、任意の開集合 $A \subset \mathbb{R}$ に対して $\{X \in A\} \in \mathcal{F}$ となることを示せ。

(ヒント：开区間 B_1, B_2, B_3, \dots が存在して $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} B_n$ と表せることを証明なしで用いてよい。)

[5] 確率空間 (Ω, \mathcal{F}, P) 上の写像 $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ に対して、 X が確率変数のとき、 X^2 も確率変数であることを示せ。

[6] 確率空間 (Ω, \mathcal{F}, P) 上の写像 $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ に対して、 X が確率変数のとき、 e^X も確率変数であることを示せ。