統計数学II　第13回

担当：三角　淳　2018年7月10日

講義概要

・1次元シンプルランダムウォークが再帰的である理由の説明。

・スターリングの公式：$n! \sim \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}$.

・マルコフ連鎖の状態空間を I とし、$f_{ij}^{(n)}$ を初通過確率とする。$i \in I$ が再帰的のとき、

$$\mu_i = \sum_{n=1}^{\infty} n f_{ii}^{(n)}$$

とおく。$\mu_i < \infty$ のとき i は正再帰的であるといい、$\mu_i = \infty$ のとき i は零再帰的であるという。

レポート問題　以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1] 1次元ランダムウォークで、左右対称でなく左に確率 $\frac{2}{5}$、右に確率 $\frac{3}{5}$ で移動する場合を考える。

(1) $p_{00}^{(n)}$ $(n \in \mathbb{N})$ を求めよ。

(2) スターリングの公式を用いて $\sum_{n=1}^{\infty} p_{00}^{(n)} < \infty$ を確かめよ。(従ってこのランダムウォークは一時的となる。)

補充問題

[2] 1次元ランダムウォークで、左右対称でなく左に確率 $\frac{1}{3}$、右に確率 $\frac{2}{3}$ で移動する場合を考える。このとき次を求めよ。

(1) $P(X_5 = 2 \,|\, X_0 = -1)$

(2) $P(X_7 \geq 5 \,|\, X_0 = 0, X_1 = 1)$

[3] 推移行列が $\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$ で与えられるマルコフ連鎖に対して、全ての状態が正再帰的である事を直接確かめよ。なお状態空間 $I = \{1, 2, 3\}$ とする。