理工系微分積分学 第9回

担当:三角 淳 2019年12月10日

講義概要(教科書 p101-106 も参照)

・f(x,y) が $D = \{(x,y) : a \le x \le b, \phi_1(x) \le y \le \phi_2(x)\}$ 上の連続関数のとき、

$$\iint_D f(x,y)dxdy = \int_a^b dx \int_{\phi_1(x)}^{\phi_2(x)} f(x,y)dy.$$

・f(x,y) が $D = \{(x,y): \psi_1(y) \le x \le \psi_2(y), c \le y \le d\}$ 上の連続関数のとき、

$$\iint_D f(x,y)dxdy = \int_c^d dy \int_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} f(x,y)dx.$$

・上記の2つが両方適用できるDに対しては、累次積分の順序変更ができる。

[1] 次の重積分を、累次積分の順序を変えて2通りの方法で求めよ。

$$\iint_{D} e^{x+2y} dx dy, \quad D = \{(x,y) : 0 \le y \le x \le 1\}.$$

補充問題

[2] 次の重積分を求めよ。

(1)
$$\iint_D (x^3 + 2x^2y) dx dy, \quad D = \{(x, y) : -1 \le x \le 1, \ 0 \le y \le 3\}.$$

(2)
$$\iiint_D (xy+z)dxdydz, \quad D = \{(x,y,z) : 1 \le x \le 2, \ 0 \le y \le 2, \ 0 \le z \le 1\}.$$

[3] 次の累次積分の順序を変更せよ。

(1)
$$\int_0^3 dx \int_0^{\frac{2}{3}\sqrt{9-x^2}} f(x,y)dy$$
, (2) $\int_1^2 dy \int_0^{\log y} f(x,y)dx$.