

確率論 第6回

担当：三角 淳 2019年5月24日

講義概要 (教科書 p25–28 も参照)

- ・事象の独立性の定義： $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ をみたすとき、事象 A, B は独立であるという。
- ・事象 A_1, A_2, \dots, A_n が独立とは、任意の $2 \leq k \leq n, 1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$ に対して次をみたすときにいう。

$$P(A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}) = P(A_{i_1})P(A_{i_2}) \cdots P(A_{i_k}).$$

- ・事象の列 $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ が独立とは、その中から任意に有限個取り出したものが独立であるときにいう。

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[1] 区間 $[0, 18]$ 上の実数の点を1つランダムに選ぶ。但しどの点も同等に選ばれるとする。選んだ点が区間 $[6, 12]$ に入っている事象を A とし、選んだ点が区間 $[3, 7]$ または区間 $(10, 15)$ に入っている事象を B とする。このとき A と B は独立か。理由を付けて答えよ。

補充問題

[2] 事象 A, B に対して次は同値であることを示せ。（但し条件付けた事象の確率は0でないと仮定する。）

- (1) A, B が独立, (2) $P(B|A) = P(B)$, (3) $P(A|B) = P(A)$,
(4) $P(B|A) = P(B|A^c)$, (5) $P(A|B) = P(A|B^c)$.

[3] 1から4の番号の書かれた4枚のカードから1枚を取り出す。1または2が出る事象を A 、1または3が出る事象を B 、1または4が出る事象を C とする。

- (1) A と B 、 B と C 、 C と A がそれぞれ独立であることを示せ。
(2) A, B, C が独立でないことを示せ。