

# 確率過程論 第16回 (期末試験)

担当：三角 淳 2019年8月8日

・解答は、結果だけでなく途中の説明もできるだけ丁寧に書いて下さい。

[1]  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  をパラメーター 4 のポアソン過程とする。

- (1)  $P(1 \leq N_3 \leq 3)$  を求めよ。
- (2)  $N_3$  の平均と分散を求めよ。
- (3)  $P(N_1 = 2 | 1 \leq N_3 \leq 3)$  を求めよ。

[2]  $\{N_t^{(1)}\}_{t \geq 0}, \{N_t^{(2)}\}_{t \geq 0}$  をパラメーター 2, 3 の独立なポアソン過程とする。このとき「 $N_s^{(1)} = 3$  かつ  $N_s^{(2)} = 2$ 」となるような時刻  $s \geq 0$  が存在する確率を求めよ。

[3] 推移行列が  $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  で与えられるマルコフ連鎖  $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$  を考える。状態

空間は  $I = \{1, 2, 3\}$  とする。このとき次を求めよ。

$$P(X_7 = 3 | X_0 = 1, X_1 = 3, X_2 = 1, X_3 = 2).$$

[4]  $0 \leq a \leq 1$  に対して、推移行列が  $\begin{pmatrix} a & 1-a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1-a & a & 0 \end{pmatrix}$  で与えられるマルコフ連鎖を

考える。状態空間は  $I = \{1, 2, 3\}$  とする。このとき各状態の周期を求めよ。

[5] 推移行列が  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4/9 & 5/9 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  で与えられるマルコフ連鎖の定常分布を求めよ。

・ [1] (1) 6点 (2) 6点 (3) 8点 [2] 10点 [3] 10点 [4] 10点 [5] 10点の60点満点です。

・採点結果に関しては、8月9日(金)の正午までに理工学部2号館6階の学部生用掲示板にアナウンスを出す予定です。

・掲示の際に、追レポートの課題が提示される場合があります。その場合は提出期限までかなり短期間となる可能性が高いので、注意して掲示を確認するようにして下さい。