

確率過程論 第4回

担当：三角 淳 2019年5月16日

講義概要

・条件付確率の計算例： $\{N_t\}_{t \geq 0}$ がパラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程のとき、

$$P(N_s = 1 | N_t = 1) = \frac{s}{t} \quad (0 < s < t).$$

・上記の計算の際に、 $0 < s < t$ に対して N_s と N_t が独立でないことに注意。

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[1] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ がパラメーター 2 のポアソン過程のとき、次を求めよ。

(1) $P(1 \leq N_3 \leq 3)$, (2) $P(N_1 = 2 | 1 \leq N_3 \leq 3)$.

補充問題

[2] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ がパラメーター $\frac{1}{3}$ のポアソン過程のとき、次を求めよ。

(1) $P(N_6 > 5 | N_3 = 4)$, (2) $P(N_9 = 1 | N_6 < 4)$.

[3] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程とする。このとき任意の $0 < s < t$, $n, m = 0, 1, 2, \dots$, $n \leq m$ に対して次を示せ。

(1) $P(N_t = m | N_s = n) = e^{-\lambda(t-s)} \frac{\{\lambda(t-s)\}^{m-n}}{(m-n)!}$.

(2) $P(N_s = n | N_t = m) = \binom{m}{n} \left(\frac{s}{t}\right)^n \left(1 - \frac{s}{t}\right)^{m-n}$.