

確率過程論 第5回

担当：三角 淳 2019年5月23日

講義概要

- ・条件付期待値の計算：確率変数 X と、 $P(A) > 0$ をみたす事象 A に対して

$$E(X|A) = \frac{E(X1_A)}{P(A)}.$$

ここで定義関数 1_A は、事象 A が起こったときに値1をとり、起こらなかったときに値0をとるような確率変数である。

- ・計算例： $\{N_t\}_{t \geq 0}$ がパラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程のとき、

$$E(N_t | N_s = k) = \lambda(t - s) + k \quad (0 < s < t, k = 0, 1, 2, \dots).$$

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[1] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター1のポアソン過程とする。

- (1) $E(N_3^2 1_{\{N_2=0\}}) = 2P(N_2 = 0)$ を示せ。
- (2) $E(N_4 N_3 | N_2 = 0)$ を求めよ。

補充問題

[2] 離散型確率変数 X を $P(X = k) = \frac{1}{3}$ ($k = 1, 2, 3$) であるようなものとする。このとき、 $E(X | X \geq 2)$ を次の2通りの方法で求めよ。

- (1) $\frac{E(X 1_{\{X \geq 2\}})}{P(X \geq 2)}$ を計算する。
- (2) $\sum_k k P(X = k | X \geq 2)$ を計算する。

[3] (1) $\{N_t\}_{t \geq 0}$ がパラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程のとき、次が成り立つことを示せ。

$$E(N_t N_s) = \lambda s (\lambda t + 1) \quad (0 < s < t).$$

(2) $\{N_t\}_{t \geq 0}$ がパラメーター2のポアソン過程のとき、 $E(N_3^2 | N_1 = 1)$ を求めよ。